LA SCIENZA PER I GIOVANI
SUPPLEMENTO DI "ARCHIMEDE"
a cura di
R. GIANNARELLI e B. GIANNELLI
PER GLI STUDENTI DELLE SCUOLE SECONDARIE SUPERIORI
E PER I CULTORI DI MATEMATICA E FISICA ELEMENTARI

ANNO III - N. 3-4 GENNAIO-FEBBRAIO 1954

ANTONIO SALMERI

Qualche considerazione sui poligoni regolari non simili

DIRETTORE RESPONSABILE: ROBERTO GIANNARELLI
FIRENZE, STABILIMENTI TIPOGRAFICI « ENRICO ARIANI » E « L'ARTE DELLA STAMPA »
Inscritto nel Registro del Tribunale di Firenze al n. 79 in data 5-3-1949

Qualche considerazione sui poligoni regolari non simili

Nei libri di geometria sono messe in giusto rilievo sia le relazioni fra elementi di poligoni regolari di n lati iscritti e circoscritti ad una stessa circonferenza, sia le relazioni fra elementi di poligoni regolari, di ugual raggio, l'uno di n e l'altro di $2n$ lati.

Nell'intento di trovare altre relazioni fra elementi di poligoni regolari non simili, ho considerato il caso in cui i due poligoni regolari, uno di n, l'altro di $2n$ lati abbiano uguale il lato invece del raggio.

Fra le proprietà rilevate ne esporrò soltanto due.

I. « *La somma dell'apotema,* a_n, *e del raggio,* r_n, *di un poligono regolare di* n *lati è uguale all'apotema,* a_{2n}, *del poligono regolare di* 2n *lati che abbia lato uguale a quello del primo* ».

Ossia:

$$a_n + r_n = a_{2n}.$$

La corda AB della circonferenza di centro O sia lato del poligono regolare di n lati (fig. 1). Osservo che, per costruire il poligono regolare di $2n$ lati avente per lato lo stesso segmento AB, basta condurre il diametro perpendicolare ad AB. Invero, il suo estremo O' che ha da AB maggiore distanza, è il centro di questo poligono ed $O'A$ ne è il raggio, perchè: $A\hat{O}B = \frac{360^\circ}{n}$ ed $A\hat{O'}B = \frac{360^\circ}{2n}$ come angolo alla circonferenza corrispondente all'angolo al centro $A\hat{O}B$.

Ciò detto, la semplice ispezione della figura prova l'asserto.

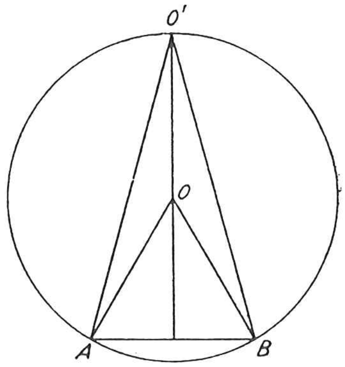

Fig. 1.

II. « *La somma dell'apotema di un esagono e del dodecagono, entrambi regolari e dello stesso lato, è uguale alla diagonale del quadrato che ha per lato il raggio del dodecagono* ».

Ossia:

$$a_6 + a_{12} = r_{12} \sqrt{2}.$$

Infatti (fig. 2) sia AB un lato comune all'esagono di raggio OB e al dodecagono di raggio $O'B$, entrambi regolari, e sia inoltre $O'C$ la somma delle rispettive apoteme.

È ovviamente:

$$C\widehat{O'}B = 15^\circ \; ; \quad O'\widehat{C}B = 30^\circ.$$

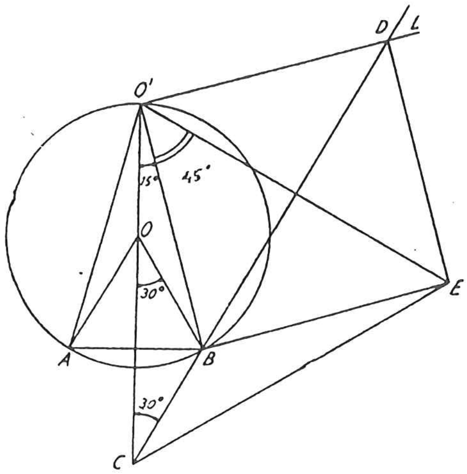

Fig. 2.

Detta D, l'intersezione della semiretta $O'L$, perpendicolare ad $O'B$ con la semiretta CB, si rileva facilmente che gli angoli del triangolo $O'CD$ sono rispettivamente $C\widehat{O'}D = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$; $O'\widehat{C}D = 30^\circ$; $O'\widehat{D}C = 180^\circ - (105^\circ + 30^\circ) = 45^\circ$.

Il triangolo rettangolo $BO'D$ è dunque isoscele e BD è diagonale del quadrato di lato $O'B$.

Per dimostrare l'asserto basta, quindi, provare che $O'C$ è uguale a BD o, ciò che è lo stesso, ad OE. Ma CD è asse di $O'E$, perciò il triangolo $O'CE$ è isoscele di base OE; l'angolo alla base $C\widehat{O'}E = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ$; ne segue che il triangolo OCE è equilatero e quindi è $O'C = O'E$.

c. d. d.

Se le proprietà sopra rilevate agevoleranno ad altri studenti la risoluzione di qualche problema oppure se qualcuno di essi vorrà ricercare per suo conto altre proprietà di poligoni regolari non simili, le mie « elucubrazioni » non saranno state del tutto inutili.

ANTONIO SALMERI.

Studente Liceo scientifico, Bari.