# NUMERI ALLO SPECCHIO

di Antonio Salmeri - Roma

In un qualsiasi sistema numerico a base B>2, il sistema formato dalle cifre 1, 0, B-2, B-1 moltiplicato per K (K<B) e per B-K produce sempre due numeri aventi le cifre poste in posizione speculare: K, K-1, B-K-1, B-K e B-K, B-K-1, K-1, K.

Si ha infatti:

$$
\begin{aligned}
&(1,0,B-2,B-1)\cdot K \Rightarrow \\
&=\left[1\cdot B^3+0\cdot B^2+(B-2)\cdot B^1+(B-1)\cdot B^0\right]\cdot K= \\
&=K\cdot B^3+K\cdot B(B-2)+K(B-1)= \\
&=K\cdot B^3+K\cdot B^2-2\cdot K\cdot B+K\cdot B-K= \\
&=K\cdot B^3+K\cdot B^2-K\cdot B-K= \\
&=K\cdot B^3+(K-1)\cdot B^2+B^2-K\cdot B-K= \\
&=K\cdot B^3+(K-1)\cdot B^2+(B-K)\cdot B-K= \\
&=K\cdot B^3+(K-1)\cdot B^2+(B-K-1)\cdot B+B-K\Rightarrow(K,\ K-1,\ B-K-1,\ B-K) \\
&(1,0,B-2,B-1)\cdot(B-K)\Rightarrow \\
&=\left[1\cdot B^3+0\cdot B^2+(B-2)\cdot B^1+(B-1)\cdot B^0\right]\cdot(B-K)= \\
&=B^4+(B-2)\cdot B^2+(B-1)\cdot B-K\cdot B^3-K\cdot B(B-2)-K\cdot B+K= \\
&=B^4+B^3-2\cdot B^2+B^2-B-K\cdot B^3-K\cdot B^2+2\cdot K\cdot B-K\cdot B+K= \\
&=B^4+K\cdot B^3+B^3-B^2-B-K\cdot B^2+K\cdot B+K= \\
&=B^3(B-K)+B^2\cdot(B-K-1)+B\cdot(K-1)+K\Rightarrow(B-K,\ B-K-1,\ K-1,\ K)
\end{aligned}
$$

Si deduce che il numero K, K-1, B-K-1, B-K moltiplicato per (B-K)/K produce il proprio speculare.
Nel sistema decimale (B=10) il numero (B-K)/K è intero soltanto per $K=1$ ovvero con $\left(\dfrac{B-K}{K}=\dfrac{9}{1}=9\right)$ e $K=2$ ovvero con $\left(\dfrac{B-K}{K}=\dfrac{8}{2}=4\right)$, si ha quindi:

$$1089\cdot 9=9801$$

$$2178\cdot 4=8712$$