

LA MATEMATICA NELLA MUSICA

Lo stretto rapporto che intercorre tra la musica e la matematica fu studiato sin dall'antichità: un esempio classico è dato dalla Scuola Pitagorica, a cui si deve la scoperta (i pitagorici vi assegnavano significati mistici) secondo la quale i differenti toni di una scala sono legati ai rapporti fra numeri interi: una corda dimezzata suona l'ottava superiore, ridotta ai suoi $3/4$ la quarta, ridotta ai suoi $2/3$ la quinta, e così via.

INTONAZIONE PITAGORICA

Il metodo pitagorico consiste nel calcolare inizialmente il rapporto di quinta, cioè la frequenza ad esempio della nota Sol₁ rispetto alla nota Do₁, come segue:

Sol₁: si riduce alla prima ottava Sol₂ dividendone la frequenza per due, ottenendo :

Analogamente Re₁ è la quinta di Sol₁ (Re₂) abbassata di un'ottava: $f(\text{Re}_1) = f(\text{Re}_2):2 = (3:2 f(\text{Sol}_1)):2 = 9:8 n$

Diviene ora possibile utilizzare i rapporti di quinta e ottava per ricavare le altre note della scala.

Proseguendo con questo metodo, in definitiva, la successione delle note nella scala pitagorica è definita dalla successione delle frequenze che segue (indicate in rapporto alla fondamentale):

Nota:	Do ₁	Re ₁	Mi ₁	Fa ₁	Sol ₁	La ₁	Si ₁	Do ₂
Frequenza:	1	9:8	81:64	4:3	3:2	27:16	243:128	2

Si noti che in questo modo esistono due soli intervalli (rapporti di frequenza) tra suoni consecutivi: il tono, corrispondente a 9:8, e il semitono o *limma* pari a 256:243.

La scala pitagorica presenta però l'inconveniente che gli intervalli adottati non si conciliano con l'esigenza di dividere l'ottava in parti proporzionali (per evitare di dover modificare l'intonazione delle singole note al cambiare della tonalità).

IL PENTAGRAMMA

Nella notazione musicale, il pentagramma o rigo musicale è costituito da cinque linee parallele. Le linee individuano quattro spazi. Sulle linee e negli spazi si scrivono le note. Il nome deriva dalle parole greche penta (cinque) e "gramma" (lettera, scrittura).

La sua storia parte dal IX secolo d.C. con il passaggio dalla notazione adiaستمatica (senza rapporto esatto di intervalli)

a un primo esempio di notazione diastematica (dove le altezze sono determinate) con la breve parentesi della notazione daseiana e, in seguito, l'introduzione di una linea tirata a secco - cioè incisa a pressione sulla pergamena - e poi disegnata. In seguito le linee divennero due, contraddistinte dalle lettere C (DO) e F (FA), colorate rispettivamente in rosso e giallo, per poi passare alle quattro del tetragramma (quattro linee e tre spazi) introdotto poco dopo l'anno Mille dal teorico Guido Monaco. L'attuale pentagramma risale invece al forlivese Ugolino da Orvieto.

Lo stretto rapporto che intercorre tra la musica e la matematica fu studiato sin dall'antichità: un esempio classico è dato dalla Scuola Pitagorica, a cui si deve la scoperta (i pitagorici vi assegnavano significati mistici) secondo la quale i differenti toni di una scala sono legati ai rapporti fra numeri interi: una corda dimezzata suona l'ottava superiore, ridotta ai suoi $\frac{3}{4}$ la quarta, ridotta ai suoi $\frac{2}{3}$ la quinta, e così via.

Molta matematica applicata in campo musicale deriva infatti dallo studio della fisica acustica e dai problemi ad essa collegati. Se la stessa divisione ritmica del metro musicale è indicata con una frazione matematica, oggi sappiamo che alla base di qualunque rumore vi è un contributo di innumerevoli onde stazionarie, e che qualunque suono può essere scomposto in onde sinusoidali mediante l'analisi armonica (espressa matematicamente con l'algoritmo della trasformata di Fourier).

In modo più astratto la musica fu posta in relazione alla matematica anche nel suo aspetto compositivo (che richiede di ripartire i suoni tra le varie altezze, in diversi istanti temporali e tra le diverse voci degli esecutori). Questo tipo di analisi musicale

ha avuto illustri cultori in tutti i secoli (si pensi alle geometrie musicali dei canoni di Bach) ed ha conosciuto nuove fortune anche in tempi vicini a noi (nel '900 sorsero ad esempio l'Istituto Kranischstein di Darmstadt, lo Studio di musica elettronica della Radio di Colonia, il Centro di Fonologia Musicale di Milano e l'IRCAM di Parigi).

L'aneddoto che racconta di come Pitagora scoprì il ponte tra musica e matematica, è tramandato da Giamblico di Calcide. Pitagora udì un giorno un fabbro che batteva martelli di pesi diversi sull'incudine. Notò che a seconda del peso variava la frequenza del suono, producendo tintinnii più o meno piacevoli. Indagando sul perché, Pitagora si rese conto che martelli i cui pesi stavano in precisi rapporti producevano suoni consonanti (piacevoli).

In laboratorio Pitagora tese delle corde elastiche (nervi di bue) tramite pesi differenti. Qui scoprì che vi era una consonanza tra coppie di suoni, quando le tensioni stavano fra loro in un rapporto di 4:1 o di 9:4. Una corda tesa da un peso quadruplo emette quindi una nota di frequenza doppia. Possiamo dire che dista un intervallo di ottava dalla precedente. Il nostro cervello percepisce le due frequenze "uguali", ma una più acuta rispetto all'altra.

Oggi sappiamo che la frequenza fondamentale f_0 del suono emesso da una corda tesa, posta in vibrazione, è direttamente proporzionale alla radice quadrata della tensione T cui la corda è sottoposta e inversamente proporzionale alla sua lunghezza L e, sotto radice, alla sua densità ρ e alla sua sezione S :

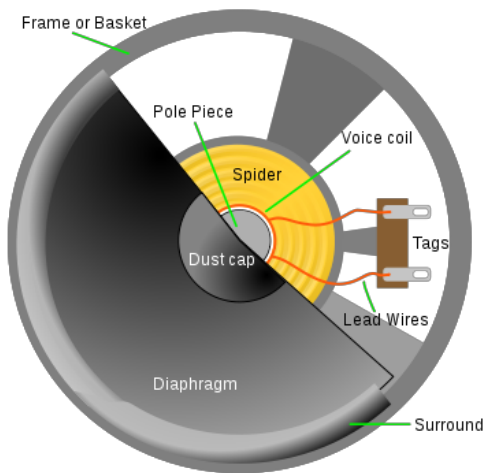
Rapporto Corda Tensione..

La scala pitagorica si fonda sulla progressione degli intervalli di quinta con trasposizione dei suoni acuti all'ottava di partenza. Per esempio cominciando dal Do₂ si costruisce la progressione delle quinte (Sol₂, Re₃, La₃, Mi₄, Si₄) e si dividono per un'ottava le note che si trovano ad ottave superiori a quella di partenza (Re₃ diventa Re₂, La₃ diventa La₂ e così via). Per ottenere il Fa si scende invece di una quinta (Fa₁) e si sale di un'ottava in modo da ricondursi all'ottava di partenza (Fa₁ diventa Fa₂).

ALTOPARLANTI

Gli altoparlanti sono apparecchi che convertono il segnale elettrico in onde sonore.

Ne esistono vari tipi ma uno dei più famosi è certamente il *magnetodinamico*. Il suo funzionamento è dovuto ad un campo magnetico, il cui magnete è avvolto da una



bobina collegata alla membrana e, applicando un segnale elettrico, il magnete muoverà la membrana e di conseguenza genererà un suono

Nelle cuffie più moderne, dato il rimpicciolimento della tecnologia, sono nati i *Driver*. Questi piccoli apparecchi funzionano per *espansione e contrazione* dell'aria, tramite della gomma mosse da un'asticella. Dato il piccolo spazio occupato da questo apparecchio è stato possibile combinarne 3 differenti

(Cuffie triple driver) ed assegnare ad ognuno una diversa fascia di frequenza (Ghz) Per bassi e melodie con u suono più definito.



IL METRONOMO

Il metronomo è uno strumento usato in musica per misurare il tempo e permette al musicista di suonare senza accelerare ne rallentare.

La scala del metronomo varia tra i 40 e i 208 BPM (battiti per minuto).

Nonostante la dimostrata utilità di questo strumento, alcuni insegnanti lo criticano ritenendo che il metronomo non aiuta la creatività di un interprete, bensì rende la musica monotona e ripetitiva.

Il metronomo meccanico si basa sulla terza legge dell'oscillazione pendolare: è infatti costituito da una sorta di pendolo capovolto, con un'asta graduata fra le frequenze 40 e 208 al minuto primo ed un peso, detto lente, che possiamo spostare lungo

quest'asta selezionando le pulsazioni per minuto, chiamate, nella comune pratica musicale, numeri di metronomo.

Esistono diversi tipi di metronomi; oltre a quello tradizionale, infatti, ci sono quelli software, quelli online e quelli elettronici. Questi ultimi possono essere integrati in altri apparecchi come gli accordatori o gli strumenti musicali digitali.

Data l'opportunità di scrivere un articolo abbiamo deciso di scrivere su questo argomento per cercare l'esistenza del legame tra la matematica e la musica. La musica è un tema che riguarda tutti, soprattutto noi ragazzi. Abbiamo voluto spiegare questo "viaggio" nella musica da un'esperienza passata ovvero, la creazione di accordi, la struttura delle melodie e il pentagramma fino a età più recente con le cuffiette e le casse. Crediamo che queste nozioni basilari vadano comprese per gli amanti della musica e magari che possa essere stato di loro aiuto la lettura di questo articolo.

Aguilar Sabrina, Batocchi Samuele, Olaru Melissa e Tosi Andrea

I.I.S.S. "Charles Darwin" di Roma