

## METROLOGIA E SISTEMI D'UNITÀ

1. — Argomento antico, quello della metrologia e dei sistemi di unità, ma sul quale i nostri allievi si orientano con molto ostacolo: le spiegazioni che si danno nei testi sono quasi sempre troppo sommarie.

Desidero qui, soprattutto per facilitare la via a chi insegna, additare i capisaldi a cui secondo me dovrebbe essere informato questo studio. Traggo le idee dai miei *Corsi di Elettrotecnica* (per Istituti Industriali e per Studi superiori) che sono in corso di elaborazione per la stampa e dalla mia monografia sui sistemi di unità, contenuta nel vol. III, parte I, della *Enciclopedia delle matematiche elementari*, Hoepli.

2. — Prima asserzione da fare è quella che a MAXWELL servì come punto di partenza per il suo inimitabile Trattato: *Il valore completo di una grandezza fisica è espresso dal prodotto di due fattori, di cui uno è una grandezza della stessa specie, scelta come unità di misura, l'altra è un numero puro che esprime quante volte detta unità è contenuta nella grandezza da misurare.*

Così, noi esprimiamo il valore di una lunghezza a questo modo:

$$L = 25 \text{ metri.}$$

In questa espressione, il numero puro 25 è il valore astratto, o relativo, è la misura, mentre il metro è l'unità prescelta.

Secondo punto fondamentale: *Le lettere che intervengono come simboli delle grandezze nelle formole possono intendersi come rappresentative, sia dei valori numerici delle grandezze, sia delle grandezze concrete esse stesse.* Quindi si possono avere due tipi di formole; quelle numeriche e quelle concrete: le prime valgono solamente quando si sottintendono certe unità di misura ben precisate; le seconde implicano al più certe convenzioni, accettate le quali le formole valgono indipendentemente dalla scelta delle unità fisiche.

In antico si faceva uso delle formole del primo tipo, quelle che alludono a valori numerici: cominciare in questo modo sembra più facile, meno faticoso, ma riesce di molto inconveniente nel seguito, perchè lega all'uso di unità fisiche obbligate, e rende malagevole il tra-

sformare ad altre unità di riferimento. Per questo si è in tempi più recenti realizzato un grande progresso, preconizzando l'uso di formole in cui i simboli rappresentino valori concreti.

Esempio di formole del primo tipo: quella che dà l'induttanza di un tratto di cavo coassiale (ad isolante aria) lungo  $l$ , sotto questa forma:

$$\frac{L}{l} = \frac{2}{10^7} \log \frac{B}{A} \quad \left. \begin{array}{l} L \text{ in henry} \\ l \text{ in metri} \end{array} \right\} \begin{array}{l} B, A \text{ diametri esterno ed interno espressi nelle stesse} \\ \text{unità.} \end{array}$$

Esempio di formola che si presta a una convenzione del secondo tipo: — diametro di un cerchio in funzione del raggio:

$$D = 2 R \quad \left\{ \begin{array}{l} D = \text{diametri} \\ R = \text{raggio.} \end{array} \right.$$

Questa, intendendo che  $D$ ,  $R$  siano i valori concreti, vale anche per chi voglia esprimere, per esempio,  $D$  in metri,  $R$  in centimetri, perchè consente per esempio di scrivere

$$3 \text{ metri} = 2 \times (150 \text{ cm}).$$

È da raccomandare di attenersi sempre a questa seconda convenzione; essa dispensa dallo scrivere le formole con quei coefficienti numerici parassiti che si trovano nei manuali di antico tipo, e coi quali gli studenti si fanno un dovere di ingombrare la memoria.

3. — A rigore, occorrerebbero tante unità di misura differenti quante sono le diverse specie di grandezze fisiche da introdurre in calcolo. Ma per ragioni di convenienza pratica, si stabiliscono certe *convenzioni* le quali fanno dipendere le diverse unità da un numero ristretto di esse, e nel tempo stesso *definiscono* i prodotti e i quozienti delle diverse unità concrete. Così, per definizione, il prodotto di due lunghezze (intendiamo bene lunghezze concrete, e non i numeri che le misurano) è l'area del rettangolo che ha quelle due lunghezze come lati, donde l'unità di area è quella del quadrato che ha per lato l'unità di lunghezza; e ancora, per definizione, il quoziente di una lunghezza e di un tempo è una velocità; e così via.

Attraverso queste convenzioni si stabilisce la teoria delle *dimensioni fisiche*, e si stabiliscono le *formole dimensionali* che fanno ricondurre l'espressione di tali dimensioni a un certo numero di esse, prese come fondamentali. Per esempio, indicata con  $[L]$  la dimensione delle lunghezze, quella delle aree risulta  $[L^2]$ . Ma ricordiamo che si tratta

sempre di convenzioni. Convenzionale è la scelta delle unità fondamentali e la fissazione del loro numero, ma queste convenzioni non devono essere prese a caso, devono essere ispirate a un ragionevole senso di opportunità pratica. Se, rinunciando alle convenzioni che legano fra loro le unità delle diverse grandezze, e definiscono i loro prodotti e i loro quozienti, si tenessero tante unità fondamentali indipendenti quante sono le grandezze da misurare (per esempio una per le lunghezze, una per le aree, una per i volumi, ecc., tutte slegate fra loro) si ricadrebbe nel groviglio degli antichi sistemi di unità, pesanti e incomodi per l'uso. Per contro se, moltiplicando troppo le convenzioni (come per esempio definendo distanza di due punti il tempo impiegato dalla luce per arrivare da uno all'altro) si riduce a uno o a due il numero delle dimensioni fondamentali, le formole e le relazioni dimensionali, troppo semplificate, perderebbero la loro ragione di essere.

Quindi sono tutti d'accordo nel seguire certe convenzioni come quelle citate da principio, e nel respingere in pratica certi interessanti tentativi teorici per far dipendere per esempio l'unità di massa da quella di lunghezza.

E vi è anche una ragione di metrologia pratica per non spingersi troppo su questa via. Esempio: se si misurassero le lunghezze mediante il tempo che la luce impiega a percorrerle, esse misure arriverebbero al più alla precisione di 5 cifre significative (cioè fino al centomillesimo) mentre il confronto diretto di due lunghezze campioni materiali si può ottenere con 7 cifre significative (cioè fino al decimilionesimo). Si ricorderà pure che mentre alle origini del sistema metrico-decimale si era voluto definire il chilogrammo come il peso di un decimetro cubo d'acqua, facendo così dipendere l'unità di peso (o quella di massa) dall'unità di lunghezza, dopo si è dovuto fare lo sganciamento, e ora il chilogrammo resta definito da un campione indipendente. Questa è una tappa del passaggio da unità naturali a unità campionate, che caratterizza il moderno progresso della metrologia.

4. — Si ripete sempre che le equazioni fisiche devono presentarsi *omogenee*: ciò vuol dire che i vari termini monomi addizionati l'uno all'altro o eguagliati fra loro devono presentarsi con le stesse dimensioni fisiche. Ciò dipende da questo, che le varie convenzioni per definire certe combinazioni delle grandezze fisiche (e quindi delle loro unità), riguardano sempre prodotti o quozienti, non mai somme o differenze di grandezze fra loro eterogenee. Noi definiamo il rapporto fra una lunghezza e un tempo eguagliandolo a una velocità, ma non attribuiamo alcun senso alla somma di una lunghezza o di un tempo, o di una massa e di un'area.

Formole in cui la condizione di omogeneità non fosse osservata, non avrebbero per noi senso alcuno.

Siccome a queste regole ci si attiene costantemente, così il risultato dei calcoli e delle trasformazioni, che partono sempre da equazioni omogenee, deve tradursi in equazioni omogenee. Ed è per questo che facciamo con vantaggio la verifica dell'omogeneità, perchè spesso serve per additare qualche svista che può essere intervenuta nei passaggi. Ed è anche per questo che le riflessioni sulle dimensioni e sull'omogeneità possono fino a un certo punto suggerire la struttura di certe formole fisiche. Gli esempi sono ben noti.

5. — Attraverso le convenzioni e le relazioni dimensionali prendono origine i così detti *sistemi assoluti* di unità di misura.

Che cos'è un sistema assoluto? Secondo lo scrivente, la definizione dovrebbe essere questa: *sistema in cui tutte le unità di misura vengono dedotte da un piccolo numero di unità fondamentali, ricavandole con regole che siano coerenti con certe convenzioni fondamentali, in modo tale che le formole fisiche possano venire scritte senza coefficienti numerici parassiti.*

I sistemi assoluti permettono di interpretare, senza incertezza, le equazioni concrete quali formole numeriche. Per ogni gruppo di convenzioni fondamentali, vi sono infiniti sistemi assoluti *simili* fra loro perchè differenti solo per la scelta effettiva del valore delle unità fondamentali. E il passaggio da una particolare scelta di unità ad un'altra, entro quell'ambito, si ottiene direttamente dalla forma stessa delle equazioni.

Si deve insegnare agli alunni a fare le trasformazioni così:

a) per l'altezza di un rettangolo:

$$\text{altezza} = \frac{\text{area}}{\text{base}} = \frac{240 \text{ m}^2}{300 \text{ cm}} = 0,8 \frac{\text{m}^2}{\text{cm}} = 80 \text{ m};$$

b) per una velocità

$$v = \frac{s}{t} = \frac{72 \text{ km}}{3 \text{ h}} = 24 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 24 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ sec.}} = \frac{20 \text{ m}}{3 \text{ sec.}}$$

Questo mostra che quando si usano formole concrete e non puramente numeriche, l'intervento di unità di diverso tipo nella stessa formola non impedisce i calcoli e non ostacola le trasformazioni.

6. — Quando gli studiosi si siano bene impadroniti delle precedenti nozioni, e solamente allora, si può entrare addentro nella descrizione dei singoli sistemi assoluti di unità, proposti e usati sino ad ora.

È il caso di ricordare che il primo embrione di sistema assoluto si è avuto col *sistema metrico-decimale* di pesi e misure, ideato dai legislatori della Rivoluzione francese, e ratificato in Francia per legge del 1801. In quel tempo, tutti aspiravano alle « unità naturali », e per fare accettare internazionalmente il sistema, dovette il metro essere presentato come la decimilionesima parte del quadrante terrestre, e il chilogrammo come il peso di un decimetro cubo d'acqua. Le unità di area e di volume furono sanzionate come unità derivate; e per allora non si andò più oltre. Da prima, le misure metrico-decimali tardarono ad avere diffusione; e a ciò contribuì l'atteggiamento di Napoleone, che preferiva le misure francesi di tipo antico. Ma prima della metà del secolo XIX l'accettazione nei paesi del continente divenne assai generale, e soltanto i paesi di lingua inglese fecero resistenza. Questa resistenza fu così accentuata che in Gran Bretagna a un certo tempo la legge puniva di carcere chiunque fosse stato trovato in possesso di misure metriche.

7. — Il passo decisivo verso i sistemi assoluti fu compiuto da GAUSS con la sua memoria storica *Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata*, pubblicata a Göttingen nel 1833. Beninteso, il *princeps mathematicorum* dei tedeschi non si proponeva di costruire un *intero* sistema assoluto, esteso a tutte le unità fisiche: il suo scopo era rendere confrontabili le misure di campo magnetico effettuate in diverse località e in diversi tempi; ed egli insegnava il modo di ricondurre queste misure magnetiche a quelle meccaniche, rendendosi indipendente da campioni magnetici arbitrariamente scelti, e ammettendo come base di partenza la formola di COULOMB per le attrazioni e repulsioni fra poli magnetici, *scritta senza coefficiente*. Quella memoria è rimarchevole anche perchè forse l'ultima pubblicazione su argomenti di fisica scritta in lingua latina, in tutto il mondo; e non era passato ancora un secolo da quando MARIA GAETANA AGNESI pubblicando le sue *Istituzioni analitiche* si scusava di non averle scritte in latino.

8. — Dopo lo spunto dato col lavoro del 1833, GAUSS seguì a lavorare e ad effettuare misure magnetiche, e l'esempio fu seguito da WEBER, il quale dopo alcuni lavori fatti in comune proseguì a occuparsi di misure assolute e di unità assolute, non solo sperimentalmente ma anche teoricamente. Egli non arrivò mai a usare la dicitura « sistema assoluto » nè a concepire un sistema assoluto di unità nella sua interezza, ma mostrò che la definizione assoluta di alcune unità elettriche e magnetiche può ottenersi per via elettrostatica, o elettrodinamica, o elettromagnetica, o elettrolitica, con risultati diversi. Nel

corso di queste ricerche fu condotto a mettere in rilievo il valore critico del rapporto fra certe unità elettrostatiche e le corrispondenti elettromagnetiche, e a rilevare che esso si presentava con le stesse dimensioni fisiche e con lo stesso ordine di grandezza come la velocità della luce.

Non è ben accertato chi abbia per primo parlato di *sistema elettrostatico* e di *sistema elettromagnetico* e cercato di determinare l'insieme delle unità dell'uno e dell'altro sistema nella totale interezza. La più antica menzione che abbiamo trovato risale a MAXWELL, il quale, tanto nel suo *Treatise* quanto nel *Report* che redasse insieme con JENKINS per la « British Association », fece uso esplicito della nozione dei sistemi assoluti, e tracciò un quadro dei due sistemi C. G. S., l'uno elettrostatico e l'altro elettromagnetico. Quei due sistemi ottennero la sanzione ufficiale dalla « British Association » nel 1873. Essi erano basati, l'uno sulla formola coulombiana delle attrazioni e repulsioni elettrostatiche, l'altro sulla analoga formola, applicata alle azioni meccaniche fra poli magnetici. A quel tempo sembrava naturale scrivere quelle formole senza coefficiente: non importa se le unità e persino le dimensioni fisiche delle singole grandezze, dedotte per l'una e per l'altra via, risultavano in disaccordo fra loro. Gli scienziati, e specialmente gli inglesi, avevano fiducia in una spiegazione meccanica dei fenomeni elettromagnetici, e quella spiegazione meccanica avrebbe poi dovuto far sapere quale dei due sistemi era legittimo e quale no.

Le prime unità pratiche ebbero il battesimo con le stesse deliberazioni del 1873; ma furono introdotte semplicemente come multipli e sottomultipli delle unità C. G. S. elettromagnetiche, senza la pretesa di formare con le medesime un sistema completo.

A quest'ultimo risultato si pervenne soltanto con le proposte avanzate dallo scrivente G. GIORGI nel 1901. Con l'adozione definitiva di questo sistema, a cui la « Commissione Elettrotecnica Internazionale » è addivenuta nel 1935, cade la distinzione fra unità teoriche e unità pratiche, e i due sistemi C. G. S. al pari dei loro principî fondamentali, elettrostatico ed elettromagnetico, non hanno più ragione di esistere.

Con quanto sopra sono illustrati i principî generali comuni a tutte le metrologie, ed è stata tracciata una storia molto sommaria delle origini dei sistemi di unità ora in uso. In articoli successivi verranno trattati nei loro particolari i singoli argomenti qui prospettati nel loro insieme.

GIOVANNI GIORGI.