

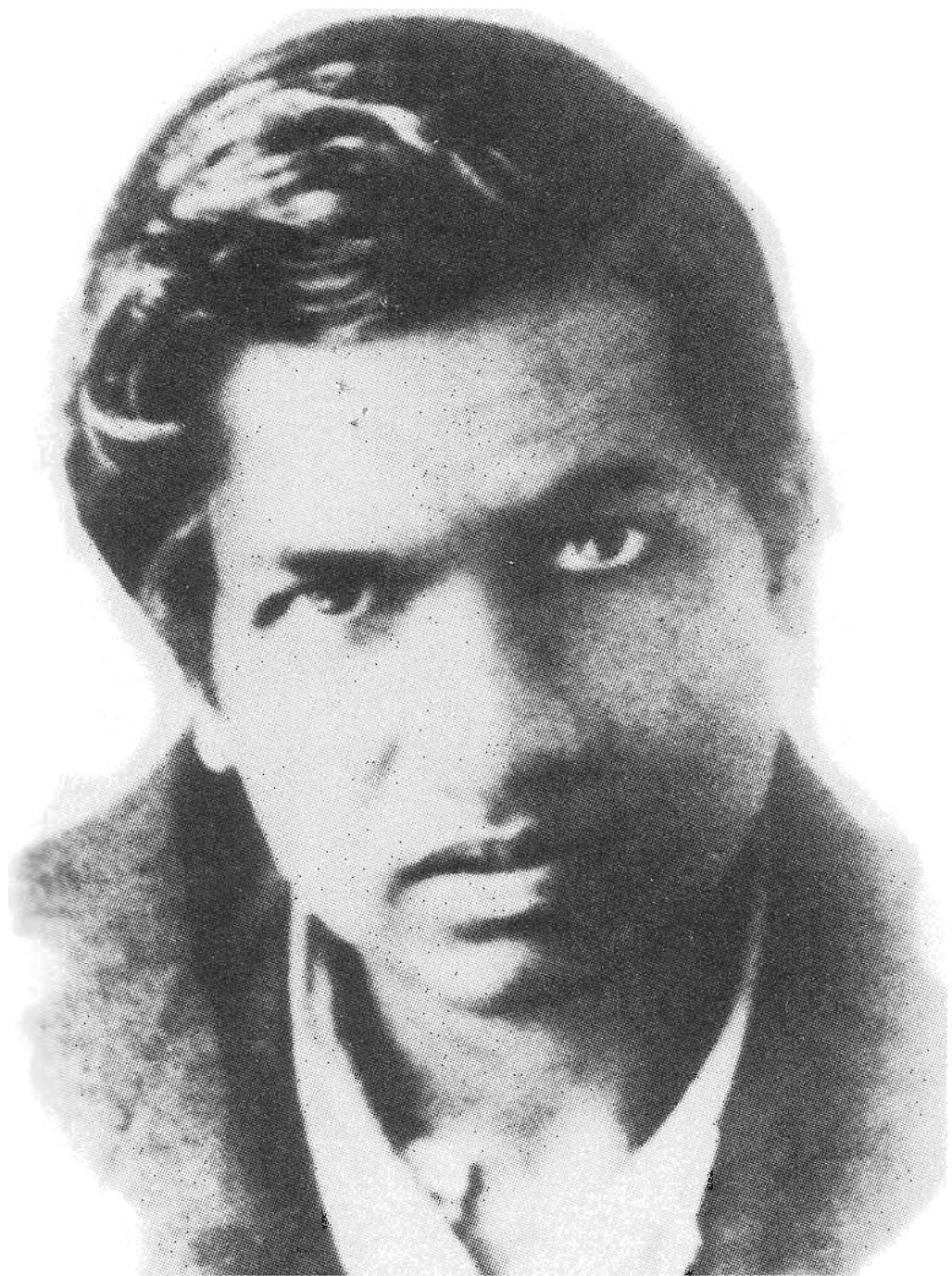
# SRINIVASA RAMANUJAN

*di James R. Newman*

È QUESTO un breve profilo, tratto dallo scarso materiale a disposizione, di un povero ragazzo indiano che, come un grande scienziato ha scritto, fu « il piú straordinario matematico del nostro tempo ». Srinivasa Ramanujan morí in India di tubercolosi il 26 aprile 1920, all'età di 33 anni. Il suo nome è noto solo fra i matematici; in realtà fu un matematico per matematici e, come tale, non attrasse molto l'attenzione al di fuori del proprio campo. La sua opera ha però lasciato nel pensiero matematico una memorabile traccia.

Durante i fruttuosi cinque anni trascorsi da Ramanujan in Inghilterra, la persona che gli fu piú vicina sia dal punto di vista professionale che da quello umano fu G. H. Hardy, noto matematico, ora scomparso. Il suo necrologio di Ramanujan e l'importante serie di conferenze da lui tenute a Harvard su questo studioso hanno fornito la maggior parte del materiale qui raccolto: il resto proviene da un breve profilo biografico di P. V. Seshu Aiyar e R. Ramachandra Rao tratto dal volume *Collected Works* (Opere riunite) di Ramanujan. Queste notizie sono comunque sufficienti ad inquadrare la personalità ed il genio di Ramanujan.

Srinivasa Ramanujan Aiyangar, secondo il suo biografo Seshu Aiyar, apparteneva ad una famiglia brahmina di condizioni piuttosto povere del distretto di Tanjore nella Presidenza di Madras<sup>1</sup>). Il padre era contabile presso un mercante di tessuti a Kumbakonam,



mentre la madre, donna « di grande buonsenso », era la figlia di un piccolo impiegato della corte del giudice legale a Erode. Per qualche tempo dopo il matrimonio ella non ebbe figli, « ma suo padre pregò la famosa dea Namagiri, della vicina città di Namakkal, di concedere a sua figlia la benedizione della maternità. Poco tempo dopo, il 22 dicembre 1887, nasceva il suo primogenito, il matematico Ramanujan ».

Il bambino andò a scuola a cinque anni, e prima dei sette venne trasferito alla Scuola secondaria di Kumbakonam, dove gli venne assegnata una borsa di studio. Sembra che i suoi straordinari poteri siano stati riconosciuti quasi subito. Era un ragazzo tranquillo e pensieroso, dotato di una memoria prodigiosa. Si divertiva a farsi interrogare dai compagni su formule e teoremi, a recitare le liste complete delle radici di sanscrito ed a dire tutti i decimali di  $\pi$  greco e della radice quadrata di due.

Quando aveva quindici anni e faceva la sesta, un amico prese a prestito per lui dalla biblioteca del *Government College* locale la *Synopsis of Pure Mathematics* di Carr. E Ramanujan si gettò subito felice in questo nuovo mondo che gli si apriva dinanzi. Fu questo libro che risvegliò il suo genio; subito si mise a studiarne le formule. Poiché non aveva l'aiuto di nessun altro libro, ogni soluzione costituì per lui una ricerca originale. In un primo tempo studiò i metodi per costruire i quadrati magici: poi estese la sua attenzione alla geometria, dove intraprese la quadratura del circolo ed arrivò tanto innanzi da ottenere come risultato nel calcolo della lunghezza della circonferenza della terra all'equatore un nu-

---

1) **Presidenza** = antica suddivisione della Compagnia delle Indie Orientali, che comprendeva le Presidenze di Bengala, Madras e Bombay. (N. d. Tr.).

mero che differiva da quello esatto soltanto di poche decine di centimetri. Trovando troppo limitato il campo della geometria, rivolse poi la sua attenzione all'algebra. Ramanujan diceva che la dea di Namakkal gli ispirava le formule in sogno; ed è un fatto curioso che spesso, alzandosi dal letto, mettesse giù dei risultati che in seguito verificava, benché a volte non riuscisse a fornirne una dimostrazione rigorosa. E ciò si ripeté per tutta la sua vita.

All'età di sedici anni superò l'esame di ammissione al *Government College* di Kumbakonam e vinse la « Junior Subrahmanyam Scholarship » (borsa di studio per giovani studenti). Però, a causa della sua scarsa conoscenza dell'inglese (pensava infatti soltanto alla matematica), all'esame successivo venne bocciato e perdette così la borsa di studio. Allora lasciò Kumbakonam e si recò prima a Vizagapatam e poi a Madras. Qui nel dicembre del 1906 si presentò al *First Examination in Arts*, ma non riuscì, e non vi si presentò mai più. Per alcuni anni continuò da solo ad occuparsi di matematica. Nel 1909 si sposò e, mentre cercava un impiego stabile, indispensabile nella sua nuova situazione, gli venne data una lettera di raccomandazione per un vero amante della matematica, Diwan Bahadur R. Ramachandra Rao, allora funzionario a Nellore, piccola città a 120 chilometri a nord di Madras. Ramachandra Rao aveva già avuto occasione di vedere uno dei due grossi quaderni nei quali Ramanujan raccoglieva le sue meravigliose idee. Il suo primo incontro con Ramanujan viene meglio descritto dalle sue stesse parole.

« Parecchi anni fa un mio nipote perfettamente ignorante dal punto di vista matematico mi disse: 'Zio, ho un ospite che parla di matematica; io non lo capisco,

vuoi vedere se veramente dice qualcosa di importante?'. Nella magnanimità della mia sapienza matematica, acconsentii a che Ramanujan fosse introdotto alla mia presenza. Vidi entrare uno strano individuo piuttosto basso, tarchiato, non rasato, un po' sporco, con due occhi molto vivi ed un notes consumato sotto il braccio. Assai povero, era fuggito da Kumbakonam per poter seguire comodamente i suoi studi a Madras; non sollecitò mai dei riconoscimenti; desiderava soltanto avere tempo a sua disposizione: in altre parole, esser nutrito senza doversi dare da fare, in modo da poter seguire i suoi sogni. Aprì il suo quaderno e cominciò a spiegare alcune delle sue scoperte. Vidi subito che si trattava di qualcosa di non comune, ma le mie cognizioni non mi permettevano di giudicare se diceva delle sciocchezze o no. Senza emettere alcun giudizio, gli chiesi di tornare, cosa che egli fece. E allora, tenendo conto della mia ignoranza, mi mostrò alcuni dei risultati più semplici che aveva ottenuto. Questi risultati non si trovavano nei libri esistenti, ed io non ebbi più alcun dubbio che si trattasse di un individuo eccezionale. Poi, passo passo, mi mostrò i suoi studi sugli integrali ellittici e sulle serie ipergeometriche, ed infine con la sua teoria delle serie divergenti, non ancora nota al mondo, mi convinse. Gli chiesi cosa desiderasse; rispose che desiderava una piccola somma per vivere in modo da poter proseguire le sue ricerche ».

Ramachandra Rao per un po' di tempo mantenne Ramanujan. In seguito, essendo falliti altri tentativi per ottenere una borsa di studio, e non desiderando essere mantenuto da qualcuno per troppo tempo, Ramanujan accettò un piccolo impiego negli uffici dell'Amministrazione del Porto di Madras.

Ma non rallentò mai le sue ricerche matematiche. Il

suo primo lavoro venne pubblicato sul *Journal of the Indian Mathematical Society* nel 1911, quando Ramanujan aveva 23 anni. Il suo primo lungo articolo intitolato *Some Properties of Bernoulli's Numbers* (Alcune proprietà dei numeri di Bernoulli) venne pubblicato nello stesso anno. Nel 1912 pubblicò sulla stessa rivista due nuove comunicazioni ed anche numerosi problemi.

Nel frattempo Ramachandra Rao aveva convinto Mr Griffith del *Madras Engineering College* ad interessarsi a Ramanujan, e Griffith ne parlò a Sir Francis Spring, Presidente dell'Amministrazione del Porto di Madras, dove Ramanujan era impiegato. Da allora in poi il valore dei suoi lavori trovò più ampio riconoscimento. Dietro suggerimento di Seshu Aiyar e di altri, Ramanujan iniziò una corrispondenza con G. H. Hardy, membro del *Trinity College* di Cambridge. Ecco la sua prima lettera a Hardy, datata 16 gennaio 1913, lettera che gli amici lo aiutarono a metter giù in inglese:

« Egregio Signore,

« Sono un impiegato del reparto contabilità nell'Ufficio dell'Amministrazione Portuale di Madras ed il mio stipendio è di sole venti sterline all'anno. Ora ho circa 23 anni (in realtà ne aveva 25). Ho frequentato regolarmente le scuole secondarie, non l'Università. Dopo aver lasciato la scuola ho dedicato il mio tempo libero allo studio della matematica. Non ho seguito il regolare ordine di studi che viene adottato nei corsi universitari, e da solo mi sono orientato verso una nuova direzione: ho svolto particolari ricerche sulle serie divergenti in generale, ed i risultati da me ottenuti sono stati definiti dai matematici di qui 'stupefacenti'...

« Vi pregherei di dare un'occhiata alle carte che vi accludo e, se sarete dell'opinione che in esse vi è qualcosa

di valore, vi sarò grato se vorrete favorirne la pubblicazione: io infatti sono molto povero. Non ho aggiunto le ricerche che ho in corso né le formule che ne ho ricavato, ma ho indicato la linea direttrice di tali ricerche. Essendo del tutto privo di esperienza apprezzerò enormemente ogni consiglio che voleste darmi. Vi chiedo scusa per il disturbo che vi arreco.

Vostro

S. Ramanujan ».

\*Alla lettera erano allegati circa 20 teoremi. Hardy così li commentò:

« Mi piacerebbe che provaste ad immaginare le immediate reazioni di un matematico qualsiasi che riceva una lettera come questa da uno sconosciuto impiegato indù. La prima questione era: «avrei potuto esaminare tutto?». Io stesso avevo dimostrato cose piuttosto simili (1.7), ed altre mi sembravano abbastanza familiari (1.8). In realtà (1.8) è un problema classico: si tratta di una formula di Laplace che per la prima volta venne dimostrata da Jacobi: e (1.9) appare in un lavoro pubblicato da Rogers nel 1907. Pensai che, essendo un esperto in integrali definiti, avrei probabilmente potuto dimostrare (1.5) e (1.6), e infatti vi sono riuscito, benché con molta maggiore difficoltà di quanto non mi sarei aspettato...

« Ho trovato molto più complicate le formule in serie (1.1) - (1.4), ed ho compreso che Ramanujan deve essere a conoscenza di molti teoremi generali, una gran parte dei quali tiene nascosta. La seconda è una formula di Bauer ben nota nella teoria delle serie di Legendre, ma le altre sono molto più complesse di quanto non appaiano..

« Le formule (1.10) - (1.13) appartengono ad un altro livello e sono senz'altro difficili e profonde. Un esperto

delle funzioni ellittiche vede subito che la (1.13) deriva in qualche modo dalla teoria della « moltiplicazione complessa », ma le (1.10) - (1.12) mi hanno completamente messo a terra; non avevo mai visto niente di simile prima. Una sola occhiata basta a far comprendere che possono essere state scritte solo da un matematico di altissima classe. Devono per forza essere vere, in quanto, se non lo fossero, nessuno avrebbe avuto sufficiente immaginazione da inventarle. Infine... l'autore deve essere onestissimo, perché è piú facile trovare un grande matematico che non un ladro o ciarlatano di cosí eccezionale abilità...

Mentre Ramanujan riuscí brillantemente in moltissimi casi, i suoi lavori sui numeri primi e su tutti i problemi connessi a quella teoria sono completamente sbagliati. Si può dire che questo sia stato il suo solo grande insuccesso. E tuttavia non sono sicuro che, in un certo senso, il suo insuccesso non sia piú meraviglioso dei suoi stessi trionfi...».

La notazione di Ramanujan di un termine matematico in questo campo « fu ottenuta per la prima volta da Landau nel 1908 », scrisse Hardy. « Ramanujan non aveva a disposizione nessuna delle armi di Landau; non aveva mai visto un libro francese o tedesco; anche la sua conoscenza dell'inglese era insufficiente per l'ammissione ad una laurea. Ed è già meraviglioso che egli abbia mai pensato a problemi come questi, problemi che i piú bravi matematici europei hanno impiegato cent'anni a risolvere, e la cui soluzione è tutt'oggi incompleta ».

Nel maggio del 1913, grazie all'aiuto di molti amici, Ramanujan poté infine abbandonare il suo posto di impiegato nell'Amministrazione Portuale di Madras e ricevette una speciale borsa di studio. Subito Hardy si era dato da fare per portare Ramanujan a Cambridge. Sem-



brava che la cosa fosse possibile, ma in principio Ramanujan rifiutò a causa di pregiudizi di casta e del mancato consenso di sua madre.

«Tale consenso», scrisse Hardy, «venne in seguito concesso molto facilmente in modo del tutto inaspettato. Infatti una mattina sua madre annunciò che la notte precedente aveva fatto un sogno nel corso del quale aveva visto suo figlio seduto in una grande sala in mezzo ad un gruppo di europei, e che la dea Namagiri le aveva ordinato di non ostacolarlo nella realizzazione dello scopo della sua vita ».

Quando finalmente Ramanujan venne in Europa godeva di una borsa di studio di Madras di 250 sterline, 50 delle quali erano destinate al mantenimento della sua famiglia in India, e di una assegnazione di 60 sterline dal *Trinity College*.

«Esisteva però un grosso problema», osserva Hardy. «Come si poteva fare ad insegnargli la matematica moderna? Le sue lacune erano altrettanto sorprendenti della sua profondità di vedute. Ci si trovava di fronte ad un individuo che sapeva usare perfettamente le equazioni modulari, i teoremi di moltiplicazione complessa, sino ad ordini di cui non si era mai sentito parlare; un individuo il cui dominio delle frazioni continue era, almeno dal punto di vista formale, superiore a quello di ogni altro matematico nel mondo intero; un individuo che da solo aveva trovato l'equazione funzionale della funzione Zeta ed i più importanti termini dei più famosi problemi della teoria analitica dei numeri. Nello stesso tempo non aveva mai sentito parlare di una funzione doppiamente periodica o del teorema di Cauchy, ed aveva solo una vaga idea di quello che fosse una funzione di variabile complessa. I suoi concetti sul come costruire una dimo-  
stra-

zione matematica erano molto oscuri. A tutti i risultati cui era pervenuto, nuovi o vecchi, esatti o errati, era giunto attraverso un processo misto di ragionamento, intuizione ed induzione, del quale non era assolutamente in grado di fare un organico resoconto.

«Era impossibile che un individuo di tal genere fosse sottoposto ad un tipo di istruzione sistematica e che provasse di nuovo ad imparare la matematica dagli inizi. Avevo anche paura, se insistevo troppo su argomenti che Ramanujan trovava noiosi, di distruggere la sua sicurezza o di spezzare l'incanto della sua ispirazione. D'altro canto vi erano cose che era impossibile che continuasse ad ignorare. Alcuni dei risultati da lui ottenuti, in particolare quelli concernenti la distribuzione dei numeri primi, ai quali attribuiva grande importanza, erano errati. Non si poteva permettergli di andare avanti con la convinzione che tutti gli zeri della funzione Zeta fossero reali. Così dovetti provare a istruirlo, e fino ad un certo punto vi riuscii, benché naturalmente apprendessi io da lui molto più di quanto egli non apprendesse da me...

«Aggiungerò qui qualcosa sugli interessi di Ramanujan extra la matematica. Come la sua matematica, essi offrivano dei forti contrasti. Gli interessava molto poco, devo dire, la letteratura come tale, o anche l'arte, benché fosse in grado di distinguere la letteratura buona da quella cattiva. D'altro canto, era un acuto filosofo, di genere però piuttosto nebuloso, almeno secondo i seguaci della moderna scuola di Cambridge, ed anche un ardente politicante, di impronta pacifista ed ultra radicale. Seguiva le pratiche religiose proprie della sua casta molto rigorosamente, cosa non comune presso gli indiani residenti in Inghilterra; la sua religione era però piuttosto osservanza formale che non convinzione intellet-

tuale, e mi ricordo che una volta, con mia grande sorpresa, mi disse che tutte le religioni gli sembravano piú o meno ugualmente vere. In letteratura ed in filosofia, come in matematica, aveva una grande passione per l'inaspettato, lo strano e l'insolito; possedeva una piccola biblioteca di libri scritti da maniaci della quadratura del circolo. Era un vegetariano nel senso piú stretto della parola — ciò che creò delle notevoli difficoltà piú tardi quando cadde ammalato — e per tutto il tempo della sua residenza a Cambridge si cucinò sempre il cibo da sé, e non si metteva mai a far da mangiare senza indossare la veste rituale...

« Fu nella primavera del 1917 che Ramanujan per la prima volta sembrò non star bene. Al principio dell'estate fu ricoverato in una casa di cura a Cambridge e da allora rimase quasi sempre a letto. Venne inviato in sanatorio, prima a Wells, poi a Matlock, poi a Londra, e solo nell'autunno del 1918 mostrò evidenti segni di miglioramento. Aveva ripreso a lavorare attivamente, forse anche stimolato dalla sua elezione a membro della *Royal Society*. La scoperta di alcuni dei suoi piú bei teoremi avvenne in questo periodo. L'assegnazione di una borsa di studio per il *Trinity College* costituí un nuovo incoraggiamento; e queste famose associazioni possono dirsi ben liete di aver riconosciuto i suoi meriti prima che fosse troppo tardi ».

Al principio del 1919 Ramanujan tornò in India, dove morí l'anno seguente.

Per poter valutare i metodi e l'opera di Ramanujan nel campo della matematica, dobbiamo di nuovo citare Hardy:

« Spesso mi è stato chiesto se Ramanujan possedeva

uno speciale segreto; se i suoi metodi differivano in qualche modo da quelli degli altri matematici; se vi era in realtà qualcosa di anormale nel suo modo di pensare. Non posso rispondere con sicurezza e certezza a queste domande: ma non lo credo. Ritengo che tutti i matematici, in fondo, ragionino nello stesso modo e che Ramanujan non costituisse un'eccezione. Naturalmente, possedeva una memoria straordinaria; ricordava le peculiarità dei numeri in modo quasi incredibile. Mi sembra che sia stato Littlewood a far notare una volta che 'ogni numero intero positivo era un suo amico personale'. Mi ricordo che una volta andai a trovarlo mentre era ammalato a Putney. Avevo percorso il cammino su un taxi il cui numero era 1729, ed osservai che pareva un numero piuttosto scialbo, e che speravo non portasse sfortuna. 'No' egli osservò 'è anzi un numero assai interessante; è il più piccolo numero che esprima la somma di due cubi in due modi differenti». Gli chiesi, naturalmente, se poteva darmi la risposta per lo stesso problema riguardo alle quarte potenze; ed egli, dopo aver pensato un momento, mi disse che non riusciva a scorgere un esempio evidente, e che riteneva che questo primo numero dovesse essere molto grande. La sua memoria e la sua potenza di calcolo erano insolite, ma non potevano ragionevolmente essere definite 'anormali'. Se aveva da moltiplicare due grossi numeri, li moltiplicava nel modo solito; l'operazione era portata a termine con non comune rapidità e precisione, ma non più rapidamente o con maggior precisione di quello che avrebbe potuto fare ogni matematico naturalmente svelto e allenato al calcolo.

«Ciò che era invece sorprendente era la sua acutezza per le formule algebriche, le trasformazioni di serie infinite e così via. In quel campo non ho certo mai incontrato nessuno che lo eguagliasse, e potrei paragonarlo

solo ad Euler o a Jacobi. Egli procedeva per induzione da esempi numerici, molto piú di quanto non facciano in generale i matematici moderni. Tutte le proprietà da lui formulate sulla congruenza delle divisioni vennero per esempio scoperte in tal modo. Ma in lui la memoria, la costanza e la potenza di calcolo erano unite alla facoltà di generalizzare il senso della forma ed alla capacità di modificare rapidamente le proprie ipotesi, in modo spesso veramente straordinario e tale da costituire un'eccezione fra i suoi contemporanei.

«Spesso si sostiene che è molto piú difficile per un matematico essere originale ora di quanto non lo fosse nei grandi giorni nei quali venne fondata l'analisi moderna; e senza dubbio ciò è in parte vero. Si possono avere opinioni diverse sull'importanza del lavoro di Ramanujan, sullo standard col quale egli deve essere giudicato e sull'influenza che si presume possa avere sugli sviluppi futuri della matematica. La sua opera non possiede la semplicità e l'ineluttabilità delle massime scoperte: e sarebbe forse piú grande se fosse meno strana. Una qualità però non le si può negare — una profonda ed indiscussa originalità.

«Probabilmente Ramanujan sarebbe stato un matematico ancora piú grande se fosse stato catturato e addomesticato da giovane, e avrebbe scoperto piú cose nuove e, senza dubbio, piú importanti. D'altra parte, avrebbe avuto una personalità meno spiccata e forse la perdita sarebbe stata maggiore del guadagno».