EUCLIDE

GIORNALE DI MATEMATICA PER I GIOVANI

L'esaustione del cerchio

come calcolare pi-greco

Alunni: Marta Avitabile; Lucrezia Grasso; Ludovica Paglino; Sofia Panzeri; (3D, anno scolastico 2014/15, scuola secondaria di primo grado “Don Milani”, parte dell'Istituto Onnicomprensivo annesso al Convitto Nazionale C. Colombo, Genova.)

Referente: Stefania Donadio

L'esaustione del cerchio
Come calcolare pi-greco

Questo lavoro parte da una domanda: “Come si fa a quadrare un cerchio, se pi-greco è un numero sconosciuto?”

“Quadrare il cerchio” significa individuare un quadrato che abbia la stessa area di un cerchio assegnato di raggio r.
Per essere più precisi significa calcolare la misura del lato di tale quadrato a partire dall'area del cerchio.
Bisogna ricordare che, fin dai tempi più remoti, si era scoperto che il rapporto tra le aree dei cerchi e il quadrato dei loro raggi doveva essere sempre una costante, che molti secoli dopo verrà battezzata con il simbolo di pi-greco.

Oggi è noto che tale costante è un numero irrazionale, quindi un numero decimale illimitato e non periodico, cioè un numero inconoscibile nella sua interezza o con precisione.

Nel 1882 arrivò la risposta definitiva a tutti coloro che credevano ancora nella quadratura del cerchio: in quell'anno il matematico Ferdinand von Lindemann prima dimostrò che se pi-greco fosse stato trascendente la quadratura del cerchio sarebbe stata impossibile e poi dimostrò la trascendenza di questa costante. Così arrivò il NO definitivo: non si può assolutamente quadrare un cerchio utilizzando solo riga e compasso.

Il metodo di Eudosso di Cnido

Eudosso inventò un metodo per approssimare la quadratura del cerchio, lo stesso metodo che poi utilizzò anche Archimede.
Nato a Cnido, forse nel 406 a.C., Eudosso inventò il metodo di esaustione, che serve a calcolare il valore di una grandezza mediante approssimazioni suc-

cessive.
Per esempio, se vogliamo stabilire l'area di un cerchio con la massima precisione possibile, possiamo inscrivere nel cerchio un esagono, col lato uguale al raggio del cerchio, e l'area sarà certamente inferiore a quella del cerchio. Se successivamente inscriviamo nel cerchio un dodecagono, raddoppiando il numero dei lati della prima figura inscritta, anche l'area del dodecagono sarà inferiore a quella del cerchio, ma è più vicina al valore esatto più di quanto non sia quella dell'esagono.

Spingendo il procedimento all'infinito, cioè fino all'esaurimento delle possibilità materiali di calcolo, come faceva Eudosso con il suo metodo di esaustione (esaurimento), si otterrà infine un'area del cerchio *approssimata*, ma tanto più vicina al valore reale quanto più sarà stato spinto in avanti il procedimento.

L'area del cerchio viene determinata costruendo, una successione di poligoni regolari che assomigliano sempre di più al cerchio. A seconda che si scelgano poligoni iscritti o circoscritti alla circonferenza, l'area di questa risulterà essere approssimata inferiormente o superiormente. Entrambe le scelte portano, comunque al limite, all'area del cerchio.

Come realizzare l'esaustione del cerchio con Geogebra

Noi abbiamo utilizzato Geogebra per costruire un poligono circoscritto di molti lati.
Abbiamo disegnato un esagono inscritto a un cerchio di area 35.55 cm^2 , e abbiamo visto che l'area dell'esagono era di 28.99 cm^2 .
Poi abbiamo disegnato, sempre all'interno dello stesso cerchio un dodecagono, e abbiamo visto che l'area di questo poligono con un numero di lati maggiore è più vicina a quella del cerchio, infatti è di 33.79 cm^2 .
Infine abbiamo disegnato all'interno dello stesso cerchio un poligono di 30 lati e

stavolta l'area è di 34,92 cm^2 .

Così abbiamo visto che l'area del cerchio viene approssimata per difetto sempre più all'aumentare del numero di lati.