



LA LOGICA CHE PARLA DEL MONDO

Alunno: Francesco Pedullà, 5^AF del Liceo Scientifico “B. Russel di Roma, a. s. 2015-16

Referente: Prof.ssa Paola Santucci

Premesse teoriche

L'obiettivo del presente lavoro è discutere l'efficacia e i limiti della logica come strumento di descrizione e comprensione della realtà.

Ogni volta che cerchiamo di elaborare una visione complessiva del mondo, di comprenderne anche l'aspetto più banale o semplicemente di argomentare una nostra opinione, utilizziamo implicitamente le regole della logica per garantire la validità dei nostri ragionamenti. Alla base di questa impostazione sta l'assunto che esistano delle relazioni oggettive tra le cose di cui parliamo e che la logica sia in grado di riprodurle. Parlare logicamente del mondo significa supporre che il mondo sia fatto logicamente.

Questa tesi viene portata avanti dal Wittgenstein del "Tractatus logico-philosophicus". In quest'opera l'autore definisce il mondo come la totalità degli stati di cose, cioè delle possibili relazioni tra gli oggetti e delle qualità ad essi attribuibili oggettivamente. Le singole proposizioni esprimono qualità e nessi fondamentali, dai quali è possibile comporre relazioni più complesse utilizzando gli operatori e le regole di inferenza della logica. Il filosofo descrive insomma il mondo che meglio si presta ad essere colto dai nostri procedimenti argomentativi; il che lo conduce ad esiti fortemente riduzionisti.

Al di là delle contestazioni che si possono muovere legittimamente ad un'impostazione così radicale, è interessante osservare che la sua principale debolezza deriva dai limiti strutturali della logica e su cui la logica lavora ormai da più di un secolo. In definitiva è la logica stessa a mostrarci i suoi principali limiti e ad offrirci possibili soluzioni. Per capire come questo sia possibile occorre introdurre qualche nozione basilare.

Cenni essenziali di logica

Lo studio della logica individua due aspetti essenziali del ragionamento: la semantica e la sintassi.

La semantica studia il contenuto dei ragionamenti, dunque il significato delle parole, delle proposizioni e nozioni ad esso connesse come quella di verità. In tutte le teorie semantiche una proprietà si esprime con un enunciato aperto, in cui cioè il predicato si riferisce ad un soggetto generico.

Attribuendo un soggetto all'enunciato si ottiene una proposizione, della quale si può stabilire il valore di verità.

La sintassi ne studia la forma, cioè le regole che permettono di combinare tra loro i predicati per dedurre conclusioni valide a partire da premesse note. Pertanto, essa consta di operatori con cui si possono legare tra loro i predicati e di regola di inferenza che permettono di passare da un predicato ad un altro. Il tutto è solitamente schematizzato in tavole di verità, che spiegano il significato degli operatori.

Nell'ultimo secolo gli strumenti della sintassi hanno conosciuto un notevole sviluppo grazie alla nascita della logica matematica. Per comprendere questo passaggio occorre tenere presenti le basi della teoria degli insiemi.

Un insieme è un raggruppamento di elementi che possiedono una stessa proprietà oggettivamente riscontrabile. In logica questa proprietà è esprimibile attraverso un enunciato aperto e gli elementi dell'insieme sono tutti i soggetti che rendono vero l'enunciato. In definitiva ad ogni proprietà si possono associare in modo univoco sia un enunciato che un insieme. Accettando i due assiomi fondamentali della teoria degli insiemi, il principio di astrazione e quello di estensionalità, si può stabilire un'equivalenza tra insiemi ed enunciati. Da questo deriva che ogni teorema della logica ha un suo corrispettivo nella teoria degli insiemi e che ad ogni operatore logico corrisponde un'operazione tra insiemi.

Ciò ha permesso di utilizzare i sofisticati strumenti matematici della teoria degli insiemi per indagare le proprietà della sintassi indipendentemente dalla semantica, implementando così nuovi modelli di ragionamento. Questo tipo di indagine cerca in particolare di individuare proprietà comuni a diversi sistemi formali, ovvero sistemi assiomatici scritti in un linguaggio artificiale i cui segni non hanno riferimenti semantici e le cui regole stabiliscono come passare da una certa stringa di segni ad un'altra. Si tratta insomma di un'indagine a prima vista astratta, ma essa costituisce uno strumento prezioso per confrontarsi con la realtà, come emerge in modo esplicito nella storia della cultura con la poetica dello strutturalismo.

La logica che affronta il labirinto

Lo strutturalismo è una poetica del secondo Novecento adottata dall'Oulipo di Queneau. Essa si basa sull'idea che il linguaggio sia composto da una serie di elementi unitari che vengono combinati spontaneamente da-

gli uomini seguendo delle regole implicite, dando luogo ad una varietà di soluzioni inesauribili. In quanto manifestazione del linguaggio anche l'attività narrativa segue questa impostazione sviluppando le possibili combinazioni già insite nei suoi concetti basilari, quantunque la maggior parte degli autori non se ne renda conto. Presa coscienza di questo stato di cose, i membri dell'Oulipo si davano delle regole di composizione e le utilizzavano per combinare in vario modo il patrimonio di immagini a loro disposizione. Il procedimento appena descritto non è altro che la trasposizione letteraria del funzionamento dei sistemi formali, sul quale si incentra l'indagine della logica matematica. Ecco allora che la logica diventa per gli strutturalisti strumento per costruire ed esplorare le infinite potenzialità della letteratura.

L'interprete più autorevole di questa corrente nella letteratura italiana è il Calvino de "Le città invisibili".

Alla base di questa scelta di poetica sta una visione del mondo fortemente problematica. Per Calvino la realtà in cui è immerso si presenta come uno sterminato labirinto, il quale possiede una sua razionalità profonda, un suo senso intrinseco, che l'uomo ha però difficoltà ad afferrare per via della sconfinata molteplicità delle relazioni che lo compongono e che sembrano disperderlo. Si cela qui l'idea che un sapere fatto di conoscenze sempre più specifiche e ramificate non sia dominabile in toto dai limitati strumenti conoscitivi dell'essere umano. Rispetto a questo la letteratura non può sperare di ricostruire un senso unitario, ma non deve neanche cedere alla tentazione di accettare l'inspiegabilità del mondo, rinunciando a comprenderlo. Non le resta allora che rendere conto della molteplicità del razionale, cioè del tutto, utilizzando i procedimenti combinatori della poetica dello strutturalismo per esprimere gli infiniti sensi possibili, sperando che dalla composizione di questi se ne generi spontaneamente uno totale.

Questo procedimento è seguito da Calvino nelle Città Invisibili. I dieci capitoli che compongono l'opera riproducono un dialogo tra l'imperatore Kublai Khan e un fittizio Marco Polo, il quale questa volta descrive come se le avesse viste delle città che esistono solo come costruzioni potenziali dell'intelletto combinatorio. In quest'opera Kublai Khan e Polo personificano due aspetti complementari dell'atteggiamento verso il labirinto: il primo la volontà di ricostruirne il senso, il secondo quello di esplorarne la molteplicità con intelligenza creativa. Attraverso la figura dell'imperatore

scopriamo che le città descritte nel libro sono fatte di elementi ripetuti e combinati in vario modo e dunque apprendiamo l'esistenza di una complessa struttura logica che sta alla base di questa realtà; ma è la figura dell'esploratore a svelarci il senso profondo del procedimento: scoprire nelle varie costruzioni un significato conforme al nostro vissuto, che solo noi siamo in grado di attribuirgli. Ecco allora che la costruzione di città possibili, diventa l'espressione dei possibili modi di rapportarsi alla città, tra i quali modi l'uomo può riconoscere quelli che sente propri, comprendendone così i risvolti e le contraddizioni.

Lo strutturalismo calviniano adotta insomma il metodo della logica formale: fissa regole per costruire modelli astratti e chiede poi al lettore di attribuire un significato a quei modelli. In un caso come nell'altro l'esito finale è una vittoria, per quanto limitata: compiere il passaggio dal noto al non noto.

I limiti della logica

Lo strutturalismo di Calvino basta a farci capire quali siano i vantaggi nell'utilizzo della logica come strumento di confronto con la realtà e la contempo mostra la debolezza delle accuse di "aridità" e "astrattezza" che generalmente si muovono a questa disciplina. Tuttavia, come sapeva lo stesso Calvino, la logica rimane, almeno per ora, uno strumento imperfetto con dei suoi limiti intrinseci. Ciò significa che l'utilizzo della logica come strumento di comprensione della realtà può portare a conclusioni incomprensibili e che queste conclusioni sono connaturate al funzionamento stesso della logica, piuttosto che da riflessioni esterne su di essa. In particolare, la logica produce paradossi.

Per mostrare come questo sia possibile ed evidenziare al contempo la natura intrinseca di questo difetto mi servirò di un paradosso insiemistico, al quale, stante l'equivalenza tra logica ed insiemistica, corrisponde un'intera classe di paradossi semantici.

Il paradosso si basa sul teorema di Cantor, un enunciato della teoria degli insiemi del quale propongo una sintetica dimostrazione, atta a mostrare come il paradosso scaturisca dall'impalcatura stessa della teoria.

L'enunciato del teorema afferma che l'insieme delle parti di un insieme infinito ha cardinalità strettamente maggiore di quello di partenza, cioè ha più elementi.

Per confrontare la cardinalità di insieme infiniti Cantor utilizza corrispondenze biunivoche, le quali associano ad ogni elemento dell'insieme di partenza un solo elemento dell'insieme di arrivo, in modo che ad ogni elemento di quest'ultimo sia associato uno e un solo elemento dell'insieme di partenza. Se è possibile costruire una funzione di questo tipo, i due insiemi hanno la stessa cardinalità, altrimenti uno è maggiore dell'altro (*inserire immagine*).

Dimostrazione

Sia A l'insieme di partenza e $P(A)$ il suo insieme delle parti. Poiché $P(A)$ contiene tutti gli elementi di A , che possono essere visti come suoi particolari sottoinsieme, si ha necessariamente $|P(A)| \geq |A|$.

Supponiamo ora per assurdo di poter costruire una corrispondenza biunivoca $f(x)$ che associa ad ogni elemento di A un elemento di $P(A)$ e consideriamo l'insieme $B = \{x(\text{appartiene})A \mid x(\text{non appartiene})a f(x)\}$. Questo insieme contiene sicuramente almeno un elemento perché, se la corrispondenza esiste, a un elemento di A sarà associato l'insieme vuoto.

Essendo B un sottoinsieme di A , deve esistere un elemento z di A t. c. $B = f(z)$. Si hanno allora due casi.

1.

$z(\text{appartiene})B$
 $z(\text{non appartiene})B$
 $z(\text{non appartiene})f(z)$
 $z(\text{non appartiene})B$

2.

$z(\text{appartiene})f(z)$
 $z(\text{appartiene})B$

In entrambi i casi si ha una contraddizione, motivo per cui la tesi per cui è possibile costruire $f(x)$ è assurda. Ne segue che $|P(A)| > |A|$

Consideriamo ora l'insieme universo, cioè l'insieme che contiene tutti gli insiemi. In matematica lo si può definire come $U = \{x(\text{appartiene})U \mid x=x\}$, cioè come l'insieme di tutte le cose identiche a se stesse. Evidentemente si tratta di un insieme infinito. Per quanto detto finora l'insieme della parti $P(U)$ conterrà più insiemi di U , dunque più insiemi dell'insieme di tutti gli insiemi. La teoria ha dunque prodotto una contraddizione, la quale generalizza paradossi come quello di Russell e quello del barbiere.

Rinunciare alla logica?

Il fatto che la logica produca delle contraddizioni, e quindi violi le sue stesse regole, sembra delegittimare il suo utilizzo. Come possiamo infatti affidarci ad uno strumento che ci dimostra la sua inefficacia? La risposta a questa domanda ha portato all'elaborazione di teorie molto complesse con le quali i logici sperano di poter risolvere le contraddizioni, potenziando la teoria.

Al di là di questo, è importante sottolineare che la logica continua ad essere uno strumento irrinunciabile per comprendere la realtà. Ancora una volta la letteratura ci è utile per cogliere questo aspetto. L'opera di Lewis Carroll, matematico e letterato inglese dell'ottocento, costruisce infatti nelle sue opere un universo fondato sul non-senso.

In *Alice in Wonderland*, Alice explores an illogical world based on nonsense, where language, society and physics aren't conditioned by universal rules. The absence of a logical structure has important consequences.

First of all this world is inhabited by strange creatures, such as a Gryphon, speaking cards and a cat, that is able to appear and disappear when it wants. Furthermore all the animals are able to speak and Alice can mutate her body by drinking a poison or eating a cake.

Secondly the communication for Alice is impossible. Indeed the meaning of her words is frequently misunderstood, for example when she uses idiomatic expressions or when a word sounds like another one. That's because in a world without a logical order there isn't a relationship between a word and its context.

In definitiva la logica ha senz'altro i suoi limiti ed è bene tenerli presenti, ma, come ci mostra Carroll, qualora ci rinunciassimo saremmo tutti come Alice nel paese delle meraviglie: immersi in un mondo che ci è estraneo e ci respinge.

Scaletta

1. Introduzione
2. Pensare logicamente il mondo è presupporre che il mondo sia logico (Wittgenstein)
3. I sistemi formali
4. Lo strutturalismo delle città invisibili
5. Perché la logica produce paradossi
5. Equivalenza tra logica e insiemistica