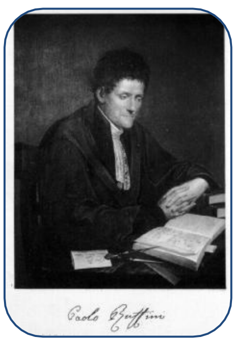
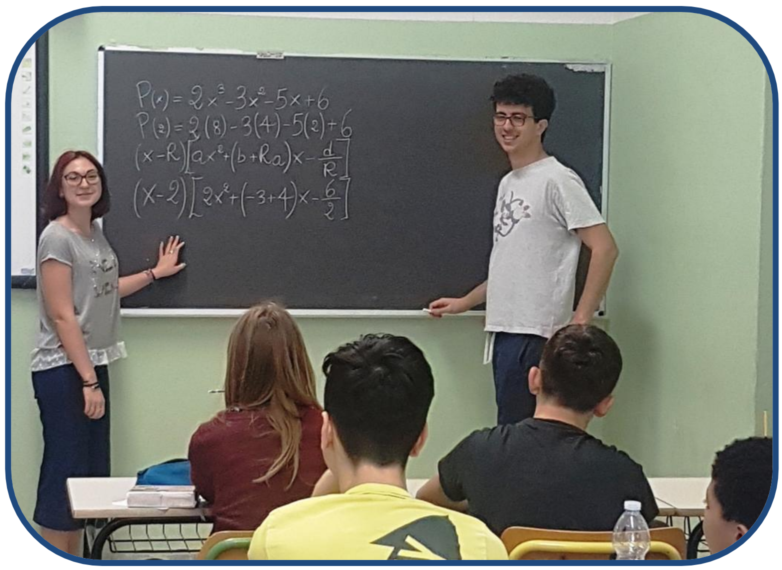
EUCLIDE

GIORNALE DI MATEMATICA PER I GIOVANI

UN NUOVO METODO DI SCOMPOSIZIONE DEI POLINOMI





Autori:

Alessia Anelli; V H; 2016/2017; Liceo Scientifico "A. Scacchi"; Bari

Luigi Riccio; V L; 2016/2017; Liceo Scientifico "A. Scacchi"; Bari

Referente:

Prof.ssa Bianca Fanti

Abstract:

Partendo dallo studio della tabella utilizzata nella scomposizione dei polinomi con il metodo di Ruffini, si è arrivati ad una nuova procedura, a parer nostro più intuitiva, poiché permette di trovare i coefficienti senza ricorrere all'uso della tabella, mediante l'applicazione di metodo ricorsivo.

Premessa:

Generalmente nel corso del primo anno di scuola superiore si impara senza difficoltà ad applicare la regola di Ruffini per scomporre un polinomio noti i suoi zeri.

Primo passo:

Partiamo dal trinomio di secondo grado avente R come zero :

$$\mathbf{P(x) = ax^2+bx+c}$$

Il trinomio si scompone con la formula:

$$\mathbf{P(x) = (x-R)(dx+e)} \text{ (formula 1)}$$

i cui coefficienti si ricavano dalla tabella di figura 1

	a	b	c
R	a'	b'	c'
	d	e	//

Figura 1

Analizzando la tabella, si può dedurre che i coefficienti che permettono la scomposizione sono ricavabili applicando determinate formule.

Il valore **R**, che si è deciso denominare così in onore di Ruffini stesso, da cui si è dedotto questo nuovo metodo, corrisponde al valore che sostituito ad x nell'equazione **ax^2+bx+c=0,** la rende vera, ossia è uno zero del polinomio P(x).

I coefficienti **d** ed **e** sono dati rispettivamente da **(a-a')** e **(b-b').**

a' sarà sempre nullo per la regola applicativa di Ruffini e quindi **d=a**.

In sintesi,

$$\mathbf{d = a\text{-}a'}$$

$$\mathbf{e = b\text{-}b'}$$

$$\mathbf{a' = 0}$$

$$\mathbf{d = a}$$

Il termine noto **e** della seconda parentesi nella formula 1 , sarà dato da **(b-b')** che, a sua volta, moltiplicato per **R**, coincide con **c'**, ovvero il parametro opposto di **c** che annulla il resto della divisione. Quindi:

$$\mathbf{e = b\text{-}b'}$$

$$\mathbf{c+c'=0\ .}$$

Ma risulta, come detto,

$$\mathbf{c'=(b\text{-}b')*R,}$$

quindi

$$\mathbf{c+(b\text{-}b')*R=0 \rightarrow c=\text{-}(b\text{-}b')*R \rightarrow (b\text{-}b')=\text{-}c/R}$$

così la formula finale sarà

$$\mathbf{P(x) =}\ \mathbf{(x-R)(ax-c/R)=0.}$$

Esempio 1:

$$2x^2\text{-}5x+3=0$$

$$2(1)^2-5(1)+3=0$$

$$(x-1)(2x-3)=0.$$

Secondo passo:

passiamo ai polinomi di grado 3 e generalizziamo:

$$\mathbf{P(x) = ax^3+bx^2+cx+d}$$

Sia R uno zero del polinomio P(x), ossia una radice dell'equazione

$$\mathbf{P(x) = 0}.$$

La scomposizione di P(x) risulta :

$$\mathbf{P(x) = \quad (x-R)(ex^2+fx+g)}$$

dove i coefficienti sono individuati col metodo di Ruffini:

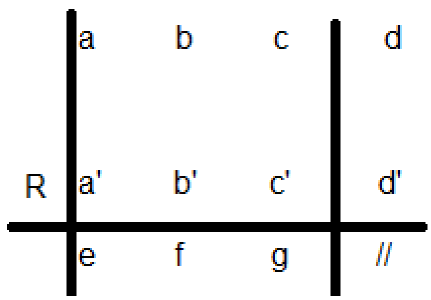


Figura 2

Per determinare i coefficienti **e** e **g** si segua il procedimento analogo a quello utilizzato per l'equazione di secondo grado, quindi

$$\mathbf{e=a}$$

e

$$\mathbf{g=-d/R};$$

invece risulta

$$\mathbf{f} = \mathbf{b+Ra};$$

così la formula sarà:

$$(x-R)[ax^2+(b+Ra)x-(d/R)]=0.$$

Esempio 2:

$$2x^3-3x^2-5x+6=0$$

$$2(8)-3(4)-5(2)+6=0$$

$$(x-2)(2x^2+x-3)=0.$$

Inoltre ci sono due casi particolari:

- se R=1 allora **f = -(c+d)**
- se R=-1 allora **f = c-d**

Questo perché:

$$c+R*f=g$$

e

$$d=-R*g,$$

quindi

$$c+R*f=-(d/R) \rightarrow f=[-(d/R)-c]/R,$$

ma

$$R=1 \rightarrow f=-(c+d).$$

Se invece

$$R=-1 \rightarrow f=c-d.$$

Giungendo alla conclusione, dopo aver mostrato alcuni esempi di casi particolari, si può enunciare la formula generale.

Dato il polinomio

$$\mathbf{P(X) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} \ldots\ldots + a_0}$$

Questo si scomporrà in:

$$\mathbf{P(X) = (x-R)(b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} \ldots\ldots\ldots + b_0)},$$

secondo la relazione generale che lega i coefficienti $\mathbf{b_i}$ ai coefficienti $\mathbf{a_i}$:

$$\mathbf{b_{n-k} = a_{n-k+1} + R b_{n-k+1}}.$$

Conclusioni:
questa formula permette la scomposizione di un polinomio di grado *n* nel prodotto di un fattore di primo grado ed uno di grado *n*-1, calcolando i coefficienti del polinomio quoziente senza dover costruire la tabella prevista dalla regola di Ruffini.