GIOCANDO CON I NUMERI SI SCOPRONO COSE NUOVE

Alunno: Andrea Iozzi (classe 1 C Liceo Scientifico “A. Volta”, Colle di Val d’Elsa (SI)

Referente: Prof.ssa Francesca Leoncini

Questa idea è nata proprio come dice il titolo, "giocando" con i numeri e uso questo termine perché è nata totalmente a caso durante il cambio dell'ora, perché mi ero messo a svolgere calcoli con la calcolatrice. La stavo usando perché volevo scoprire le funzionalità di tasti a noi ignoti, per esempio la tangente o tasti simili. Ad un certo punto, ho digitato il tasto 2 con esponente 2, $(2^2) = 4$. Poi ho fatto la stessa cosa con il successivo di 2, cioè 3, sempre con esponente 2, $(3^2) = 9$. A questo punto ho notato che se sommo i numeri da cui sono partito, in questo caso due e tre, $2 + 3 = 5$, la loro somma è uguale alla differenza dei loro quadrati, $9 - 4 = 5$.

Naturalmente credevo che fosse stato un caso, però per curiosità ho provato con altri numeri e la proprietà valeva comunque: per esempio, $3 + 4 = 7$ e $16 - 9 = 7$. Dato che ho provato ancora e ancora per verificare che non fosse stato un caso, e ho notato che tornava anche con numeri più grandi, allora ho deciso di provare a generalizzarla.

Indico con n il primo numero e $n + 1$ il secondo numero, successivo del primo. La proprietà che ho osservato dovrebbe essere:

$$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n$$

Adesso, svolgendo i dovuti calcoli, ottengo:

$$(n^2 + 2n + 1) - n^2 = 2n + 1$$

e semplificando:

$$2n + 1 = 2n + 1$$

vediamo che si ottiene un'identità!

Osservando bene l'equazione da cui sono partito, ho notato che nella parte sinistra dell'uguaglianza, cioè $(n + 1)^2 - n^2$, ho di fronte a me una differenza di quadrati, scomponibile attraverso il prodotto "somma per differenza":

$$(n + 1)^2 - n^2 = ((n + 1) - n)((n + 1) + n) \quad .$$

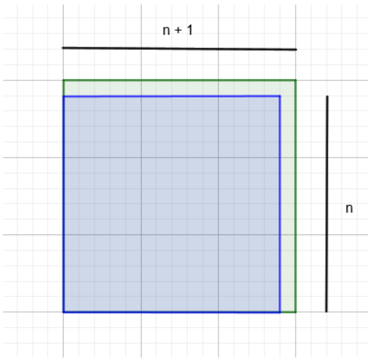
Adesso, semplificando i due fattori si ottiene:

$$1 \cdot (2n + 1) = 2n + 1.$$

Anche per questa strada ho ottenuto che:

$$(n+1)^2 - n^2 = 2n + 1 = (n+1) + n.$$

Infine, un'altra osservazione che conferma le precedenti. Ripensando ai numeri figurati, quello che ho osservato sulla calcolatrice corrisponde alla differenza tra il quadrato di lato $n+1$ e il quadrato di lato n:



Ma tale differenza corrisponde nella figura alla "elle" che ha i due bracci che misurano $n+1$ e n. E quindi si ottiene ancora:

$$(n+1)^2 - n^2 = (n+1) + n.$$

Ecco che sono riuscito a generalizzare, in ben tre modi diversi, un risultato scoperto per gioco!