

# TRE GEMELLI SOTTO EFFETTI RELATIVISTICI

*Severino Missori*

Supponiamo di avere un disco rotante in rapida rotazione con velocità angolare  $\omega$  in un sistema galileiano  $K$  in assenza di campo gravitazionale. Un primo osservatore, gemello A, a distanza  $r$  dal centro del disco si muove con velocità  $V=\omega r$  rispetto a tale sistema di riferimento  $K$ . Lo stesso osservatore è in stato di quiete nel sistema di riferimento  $K'$  solidale con il disco rotante. Un secondo osservatore, gemello B, solidale con il disco rotante e posizionato al centro del disco ( $r=0$ ), è pure in stato di quiete nel sistema di riferimento  $K'$  (immobile rispetto ad A). Un terzo osservatore, gemello C, è posizionato al centro del disco, ma in stato di quiete rispetto al sistema di riferimento galileiano  $K$ .

## Punto di vista del gemello C

Supponiamo che il gemello A, visto da C, si muova con una velocità abbastanza elevata da dover considerare gli effetti relativistici. Sulla base della teoria della relatività speciale, l'andamento dell'orologio di A risulterà rallentato di un fattore:

$$\gamma = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Dunque per il gemello A in movimento il tempo scorrerà più lentamente. Se il tempo trascorso dall'inizio dell'osservazione è abbastanza lungo, il gemello C potrà rilevare che il gemello A invecchia più lentamente e, se munito di un strumento ottico adeguato, potrà osservare con il trascorrere del tempo anche la progressiva variazione del proprio aspetto nel confronto con il gemello A. Nel contempo una radiazione di una certa frequenza emessa da una fonte luminosa in mano al gemello A (per esempio una luce gialla) appare al gemello C spostata verso il rosso per effetto dell'effetto Doppler trasversale secondo l'espressione:

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

ove  $\nu$  è la frequenza della radiazione osservata,  $\nu_0$  è la frequenza della radiazione emessa. Dalla misura dello *shift* della frequenza, il gemello C può calcolare la velocità di rotazione del gemello A.

### Punto di vista del gemello A

Il gemello A vede il gemello B fermo nel sistema di riferimento  $K'$ , in quanto le loro posizioni relative non cambiano nel tempo. Tuttavia a causa della presenza di un campo di forze centrifughe il gemello A sperimenta che nel sistema di riferimento  $K'$  è presente un campo gravitazionale apparente con potenziale pari a :

$$U_c = -\frac{\omega^2 r^2}{2}$$

In un campo gravitazionale determinato dalla massa di un corpo celeste  $M$ , si avrebbe un potenziale pari a :

$$U_g = -\frac{GM}{r},$$

dove  $G$  è la costante di gravitazione newtoniana.

Secondo la relatività generale in tale campo gravitazionale il ticchettio dell'orologio rallenta secondo il coefficiente:

$$\gamma = \sqrt{1 - \frac{2U_g}{c^2}} = \sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}$$

Analogamente in un campo di forze centrifughe il ticchettio dell'orologio rallenta secondo il coefficiente:

$$\gamma = \sqrt{1 - \frac{2U_c}{c^2}} = \sqrt{1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2}} .$$

Tale valore coincide con quello calcolato in base alla relatività speciale dal gemello C.

Anche il gemello B può rilevare che il gemello A invecchia più lentamente e può osservare dopo un tempo sufficientemente lungo anche la progressiva variazione del proprio aspetto in confronto con il gemello A.

Una radiazione di una certa frequenza emessa da una fonte luminosa in mano al gemello A (per esempio una luce gialla) appare in B spostata verso il rosso a causa dello *shift* gravitazionale secondo l'espressione :

$$\gamma = \frac{v}{v_0} = \sqrt{1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2}}$$

Quindi i gemelli B e C, ricorrendo il primo alla relatività speciale e il secondo alla relatività generale, rilevano lo stesso rallentamento del tempo subito dal gemello A, valutato rispettivamente dai due diversi sistemi di riferimento K e K'. Analogamente rilevano lo stesso spostamento verso il rosso della radiazione emessa da A.

In conclusione i gemelli B e C osservano lo stesso andamento degli orologi e invecchieranno insieme. Il gemello A quando tornerà insieme ai fratelli si troverà più giovane in relazione al tempo trascorso lontano dai due. Non sembra che nell'esperimento mentale su esposto possano nascere paradossi dei gemelli del tipo a lungo dibattuto nella letteratura scientifica. Infatti le fasi di accelerazione iniziale del disco fino alla velocità angolare  $\omega$  e di decelerazione finale fino alla quiete rispetto al sistema galileiano K non cambiano qualitativamente i risultati.