

Qual è la probabilità che due esseri umani presi a caso abbiano un antenato comune?

Nicola Fusco¹

Cominciamo ad analizzare una singola persona: ognuno di noi ha due genitori biologici, ciascuno dei quali ha avuto due genitori biologici e così via. 2 genitori, 4 nonni, 8 bisnonni, 16 trisavoli, etc etc etc. Pertanto, nell'ipotesi (apparentemente) ragionevole, che questi antenati siano tutte persone distinte tra loro, il numero di antenati che ognuno di noi ha cresce con una potenza di 2 al retrocedere delle generazioni. Quindi il numero $A_1(n)$ di antenati lontani n generazioni dalla propria, di un singolo essere umano, è

$$A_1(n) = 2^n$$

Se consideriamo 2 esseri umani presi a caso e continuiamo con l'ipotesi che gli antenati dei due individui siano completamente distinti tra loro, il numero totale dei loro antenati lontani n generazioni da loro è esattamente il doppio di quanto appena calcolato

$$A_2(n) = 2A_1(n) = 2^{n+1}$$

Trasformiamo ora questa espressione in una funzione del tempo, semplicemente facendo l'ipotesi che le generazioni si susseguano al ritmo di circa 3 ogni 100 anni, quindi

$$3 \text{ generazioni: } 100 \text{ anni} = n: t \Rightarrow n = \frac{3t}{100}$$

dove t è misurato in anni. Potremmo quindi semplicemente effettuare la sostituzione indicata prima tra n e t per conoscere quanti antenati erano presenti t anni nel passato.

In realtà, procedendo semplicemente così commetteremmo un errore di fraintendimento. La funzione così ottenuta ci darebbe il numero di antenati, di un individuo attuale, viventi in un certo anno e appartenenti ad una specifica generazione. Ma se vogliamo, cosa molto più utile ai fini del calcolo che ci siamo prefissi, sapere quanti antenati in totale sono vivi in un dato anno del passato, dobbiamo considerare che generalmente più generazioni della stessa famiglia sono viventi contemporaneamente. Al giorno d'oggi è

¹ Liceo Scientifico Statale "A. Scacchi" di Bari (BA).

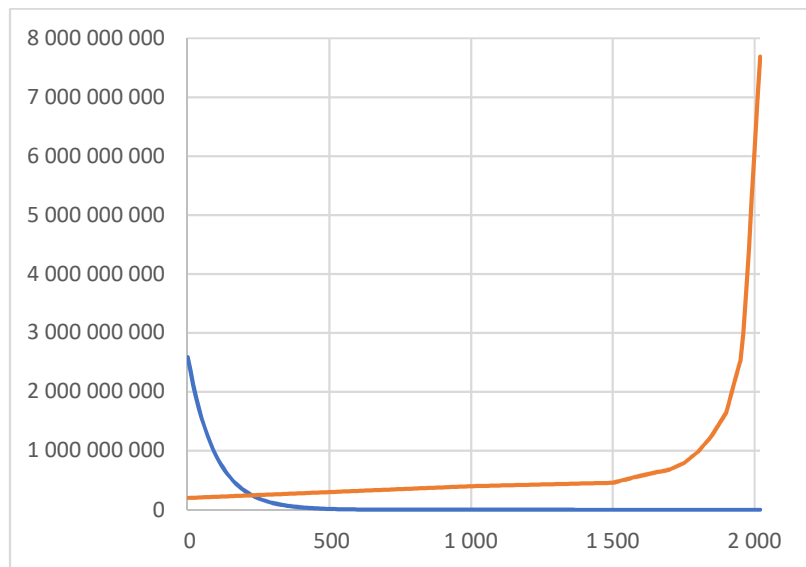
abbastanza normale che tre generazioni siano viventi contemporaneamente ma, per non rischiare di commettere errori di sovrastima, e per tenere conto che in passato la vita media era nettamente più corta di ora, stimiamo prudentemente che al tempo t sia vivente un numero totale di antenati pari al doppio degli appartenenti alla generazione che specificatamente sarebbe individuata dal valore t secondo la proporzione scritta prima. Quindi il numero $A_2(t)$ totale di antenati di due individui presi a caso, tutti distinti tra loro, presenti t anni fa sulla Terra è

$$A_2(t) = 2^{\frac{3t}{100}+2}$$

Un ultimo passaggio ci permetterà di avere una funzione che contiene come variabile proprio il numero ordinale dell'anno in cui vogliamo calcolare il numero degli antenati. Se t è la distanza temporale da ora ad un anno a nel passato, allora $t = 2019 - a$. Pertanto

$$A_2(a) = 2^{\frac{3(2019-a)}{100}+2} = 2^{\frac{6257-3a}{100}}$$

Rappresentiamo ora il grafico di questa funzione sovrapposto all'andamento della popolazione umana sul pianeta



***In blu il grafico della funzione $A_2(a)$,
in arancione l'andamento della popolazione mondiale.***

Da questo confronto appare evidente che la funzione $A_2(a)$ non descrive realisticamente la situazione: andando abbastanza indietro nel tempo, dovrebbe risultare che, da un certo anno a ritroso, due persone prese a caso assommano un numero di antenati superiore all'intera popolazione mondiale di quell'anno. Il paradosso è facilmente risolto dal fatto che molti degli

antenati che abbiamo considerato in realtà non sono distinti, sia all'interno dell'albero genealogico di un singolo individuo sia tra i due diversi alberi genealogici. Tale considerazione è ancora più vera se si pensa che molte linee di discendenza si sono estinte con il passare del tempo, perché non tutti gli esseri umani che sono vissuti hanno avuto dei discendenti prima di morire: gli esseri umani attualmente viventi, anche se moltissimi, discendono tutti da una piccola parte degli esseri umani mai vissuti nel passato.

Il punto in cui i due grafici si intersecano, corrispondente all'incirca ad un anno compreso tra il 200 dC e il 250 dC, rappresenta il momento storico in cui l'ipotesi di antenati distinti fallisce senza possibilità di appello. Ciò significa che, qualunque siano i due esseri umani messi a confronto oggi, qualunque sia la loro provenienza geografica, la loro etnia, la loro religione, la storia familiare che possono raccontare, essi hanno con certezza almeno un antenato in comune risalente a non prima dell'anno 200 dC.